Mapa Mental 1: Multiplicación Acelerada I

MULTIPLICACIÓN ACELERADA I

01 Multiplicar por 11

Suma dígitos adyacentes

35 × 11 = 385 (3+5=8)

Ejercicio:
43 × 11 = 473



02 Multiplicar por 5

Mitad y por 10

48 / 2 = 24 → 240

Ejercicio:
64 × 5 = 320



03 Multiplicar por 9

Por 10 menos el número

27 × 10 - 27 = 243

Ejercicio:
56 × 9 = 504



04 Multiplicar por 25

Entre 4 y por 100

36 / 4 = 9 → 900

Ejercicio:
44 × 25 = 1100



05 Multiplicar por 15

Número + mitad y por 10

42 + 21 = 63 → 630

Ejercicio:
28 × 15 = 420

¡Atención con decimales!

Autoevaluación Rápida

Resuelve los ejercicios en menos de 10 segundos por reactivo.

1. 52 × 11 = _____
2. 76 × 5 = _____
3. 83 × 9 = _____
4. 32 × 25 = _____
5. 36 × 15 = _____



Tiempo total empleado (segundos): _____

Aciertos obtenidos (de 5): _____

Truco que requirió mayor esfuerzo mental:

_____

Mapa Mental 2: Multiplicación por Descomposición y Duplicación (Trucos 6 a 10)

Multiplicación Acelerada II

Núcleo Central: Multiplicación Acelerada II

Estrategias de cálculo mental para resolver multiplicaciones de dos dígitos mediante descomposición distributiva, factores compensados y redondeo a centenas sin recurrir al lápiz ni a la calculadora.

- Descomposición por múltiplos de diez y potencias de base decimal.
- Compensación exacta mediante duplicación y división entre dos.
- Cálculo cruzado directo para factores de dos dígitos sin anotaciones intermedias.

06 Duplicar y Dividir a la Mitad

(A ÷ 2) × (B × 2)

Cuando uno de los factores es par y el otro termina en 5 o resulta más cómodo de escalar, divide el número par entre 2 y multiplica el otro factor por 2. El producto final se mantiene idéntico pero con operaciones inmediatas.

- **Regla operativa:** (A ÷ 2) × (B × 2) = A × B.
- **Ejemplo resuelto:** 14 × 35 = 7 × 70 = 490.
- **Práctica guiada:** 16 × 45 = (8 × 90). Respuesta: 720.

Pasos:

1. **Paso 1:** Identificar el factor par (por ejemplo, 16 ÷ 2 = 8).
2. **Paso 2:** Duplicar el segundo factor (45 × 2 = 90).
3. **Paso 3:** Multiplicar resultados simples (8 × 90 = 720).

07 Multiplicar por 12 (x10 + x2)

N × 10 + N × 2

Aplica la propiedad distributiva descomponiendo el 12 en una decena y dos unidades: multiplica el número base por 10, calcula su doble y suma ambos valores mentalmente.

- **Regla operativa:** N × 12 = (N × 10) + (N × 2).
- **Ejemplo resuelto:** 24 × 12 = (24 × 10) + (24 × 2) = 240 + 48 = 288.
- **Práctica guiada:** 35 × 12 = (350 + 70). Respuesta: 420.

Pasos:

1. **Paso 1:** Añadir cero de decena (35 × 10 = 350).
2. **Paso 2:** Calcular el doble (35 × 2 = 70).
3. **Paso 3:** Suma acumulada (350 + 70 = 420).

10 Multiplicar por 50 (÷2 y x100)

(N ÷ 2) × 100

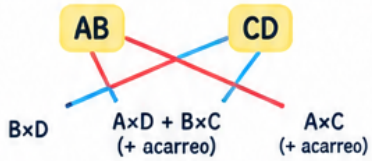
Dado que 50 es la mitad exacta de 100, la forma más rápida de multiplicar por 50 consiste en dividir el número entre 2 y luego agregar dos ceros (o multiplicar por 100). Si el número es impar, la mitad termina en ,5 y al multiplicar por 100 se corre el punto decimal.

- **Regla operativa:** N × 50 = (N ÷ 2) × 100.
- **Ejemplo resuelto:** 48 × 50 = (48 ÷ 2) × 100 = 24 × 100 = 2400.
- **Práctica guiada:** 74 × 50 = (74 ÷ 2) × 100 = 37 × 100. **Respuesta:** 3700.

Pasos:

1. **Paso 1:** Obtener la mitad (74 ÷ 2 = 37).
2. **Paso 2:** Multiplicar por 100 (37 × 100 = 3700).

09 Multiplicación Cruzada 2 Dígitos



Calcula el producto de dos números de dos dígitos (AB × CD) de derecha a izquierda en tres movimientos: unidades con unidades, suma de productos cruzados y decenas con decenas.

- **Algoritmo:** 1) B × D | 2) (A × D) + (B × C) + acarreo | 3) (A × C) + acarreo.
- **Ejemplo resuelto:** 23 × 14 → Unidades: 3 × 4 = 12 (anota 2, llevas 1). Cruzado: (2×4) + (3×1) + 1 = 12 (anota 2, llevas 1). Decenas: (2×1) + 1 = 3 → 322.
- **Práctica guiada:** 21 × 32 → Unidades: 1×2 = 2. Cruzado: (2×2)+(1×3)=7. Decenas: 2×3=6. **Respuesta:** 672.

ERROR FRECUENTE:
Olvidar sumar el acarreo del producto cruzado a las decenas finales.

08 Multiplicar por 99 (x100 - x1)

N × 100 - N

Redondea 99 a la centena más cercana (100) y resta una sola vez el número multiplicador. Es mucho más rápido restar una cantidad de dos dígitos a una centena completa que realizar el producto tradicional.

- **Regla operativa:** N × 99 = (N × 100) - N.
- **Ejemplo resuelto:** 47 × 99 = 4700 - 47 = 4653.
- **Práctica guiada:** 68 × 99 = (6800 - 68). Respuesta: 6732.

Pasos:

1. **Paso 1:** Escalar a la centena (68 × 100 = 6800).
2. **Paso 2:** Restar el valor original (6800 - 68 = 6732).

Mapa Mental 3:
Multiplicación con Bases Cercanas y Simetría

11 Cercanos a 100 (+a)(+b)

- **Fórmula:** (100 + a)(100 + b) = 100(100 + a + b) + (a × b)
- **Ejemplo resuelto:** 104 × 107. Excesos: +4 y +7. Prefijo: 104 + 7 = 111. Sufijo: 4 × 7 = 28. Resultado: 11.128.
- **Ejercicio práctico:** 103 × 106. Prefijo: 103 + 6 = 109. Sufijo: 3 × 6 = 18. Respuesta: 10.918.

Pasos:

1. **Paso 1: Sumar en cruz**
   Toma 104 y súmale el exceso del segundo (+7), dando 111.
2. **Paso 2: Multiplicar excesos**
   4 × 7 = 28. Resultado: 11.128.

12 Cercanos a 100 (-a)(-b)

- **Fórmula:** (100 - a)(100 - b) = 100(100 + a - b) + (a × b)
- **Ejemplo resuelto:** 96 × 93. Faltas: -4 y -7. Prefijo: 96 - 7 = 89. Sufijo: (-4) × (-7) = +28. Resultado: 8.928.
- **Ejercicio práctico:** 98 × 94. Faltas: -2 y -6. Prefijo: 98 - 6 = 92. Sufijo: 2 × 6 = 12. Respuesta: 9.212.

Pasos:

1. **Paso 1: Restar la diferencia**
   Toma 96 y réstale lo que le falta al segundo (7): 96 - 7 = 89.
2. **Paso 2: Multiplicar faltantes**
   4 × 7 = 28. Resultado: 8.928.

13 Mixto (+a)(-b)

- **Fórmula:** (100 + a)(100 - b) = 100(100 + a - b) - (a × b)
- **Ejemplo resuelto:** 105 × 96. Desviaciones: +5 y -4. Base: 105 - 4 = 101, convertida a 10.100. Resta: 10.100 - (5 × 4) = 10.080.
- **Ejercicio práctico:** 108 × 95. Desviaciones: +8 y -5. Base: 108 - 5 = 103 → 10.300. Resta: 10.300 - (8 × 5) = 10.260. Respuesta: 10.260.

Pasos:

1. **Paso 1: Calcular base ajustada**
   100 + a - b y convertir a centenas (agregando dos ceros).
2. **Paso 2: Restar producto**
   10.100 - (5 × 4) = 10.080.

! Cuidado con la Resta
El signo del producto de desviaciones es negativo, por lo que se debe restar directamente de las centenas.

Bases Cercanas y Simetría (Trucos 11 al 15)

14 Misma Decena (Suma U = 10)

- **Fórmula:** (10d + u1)(10d + u2) = 100 × d × (d + 1) + (u1 × u2)
- **Ejemplo resuelto:** 43 × 47. Decena d = 4. Izquierda: 4 × (4 + 1) = 20. Derecha: 3 × 7 = 21. Resultado: 2.021.
- **Ejercicio práctico:** 72 × 78. Decena d = 7. Izquierda: 7 × 8 = 56. Derecha: 2 × 8 = 16. Respuesta: 5.616.

Pasos:

1. **Paso 1: Multiplicar decena por su consecutivo**
   4 × 5 = 20.
2. **Paso 2: Multiplicar unidades**
   3 × 7 = 21. Resultado: 2.021.

15 Simetría (m-d)(m+d)

- **Fórmula:** (m - d)(m + d) = $m^2 - d^2$
- **Ejemplo resuelto:** 48 × 52. Centro m = 50, distancia d = 2. Cálculo: $50^2 - 2^2 = 2.500 - 4 = 2.496$.
- **Ejercicio práctico:** 29 × 31. Centro m = 30, distancia d = 1. Cálculo: $30^2 - 1^2 = 900 - 1 = 899$. Respuesta: 899.

Pasos:

1. **Paso 1: Hallar punto medio y distancia**
   Encuentra el promedio (50) y cuánto se aleja cada uno (2).
2. **Paso 2: Restar cuadrados**
   2.500 - 4 = 2.496.

Guía de Lectura del Mapa Mental

Este mapa mental sintetiza cinco métodos inmediatos de cálculo mental apoyados en la base 100 y en identidades algebraicas simétricas. Cada nodo contiene la regla matmática rigurosa, un ejemplo paso a paso y un ejercicio con respuesta integrada paro comprobar el resultado al instante.

- Identifica la desviación respecto a 100 (exceso con signo positivo o defecto con signo negativo).
- Aplica la regla de dos cifras obligatorias para la sección final del producto.
- Verifica siempre la simetría numérica antes de calcular el término de ajuste.

¡TIP! Alineación de Dos Dígitos
Al multiplicar desviaciones cuyo producto resulte menor a 10 (por ejemplo 2 × 3 = 6), es obligatorio colocar un cero a la izquierda (06) para respetar el valor posicional de las centenas.

Lista de Comprobación y Autoevaluación Rápida

Verifica tu comprensión y velocidad de resolución antes de continuar al siguiente mapa mental de trucos.

- ☐ ¿Recuerdas añadir el cero no significativo cuando el producto de desviaciones da un solo dígito?
- ☐ ¿Identificas con rapidez el promedio mental en números equidistantes?
- ☐ ¿Comprobaste que la suma de unidades sea estrictamente 10 en el Truco 14?

Tiempo total empleado en los 5 ejercicios de práctica (minutos): _____

Truco que requirió mayor concentración o ajuste mental: _____

Porcentajes Inmediatos I
— Trucos 16 al 20 —

16 Truco 16: Regla de Reversibilidad (X% de Y = Y% de X)

Calcular el X% de Y equivale exactamente a calcular el Y% de X, ya que ambas operaciones representan (X · Y) / 100. Cuando un porcentaje parece dificil de calcular de forma directa, invierte el orden para transformar el cálculo en una fracción o porcentaje elemental.

- **Fundamento algebraico:** (X/100) · Y = (X · Y)/100 = (Y/100) · X.
- **Ejemplo cotidiano resuelto:** Calcular el 16% de 25 resulta engorroso mentalmente. Se invierte a 25% de 16. Dado que el 25% equivale a dividir entre 4: 16 ÷ 4 = 4. Por tanto, el 16% de 25 es 4.
- **Ejercicio de autocomprobación:** Halla el 18% de 50. Respuesta: Invierte a 50% de 18 (la mitad de 18), lo que da exactamente 9.

Clave Operativa
Aplica esta regla de inmediato cuando uno de los dos valores sea 50 (la mitad), 25 (la cuarta parte), 20 (la quinta parte) o 10 (la décima parte).

17 Truco 17: El 10% y el 1% por Corrimiento Decimal

El sistema decimal permite hallar el 10% y el 1% de cualquier cantidad desplazando la coma decimal hacia **la izquierda**: un espacio para el 10% (división entre 10) y dos espacios para el 1% (división entre 100).

- **Regla decimal:** 10% de N = N ÷ 10 (mover coma 1 posición a la izquierda). 1% de N = N ÷ 100 (mover coma 2 posiciones a la izquierda).
- **Ejemplo cotidiano resuelto:** De una cuenta total de 340 €, el 10% se obtiene desplazando la coma un lugar: 34,0 €. Para el 1%, desplazamos dos lugares: 3,40 €.
- **Ejercicio de autocomprobación:** Calcula el 10% y el 1% de 785 €. **Respuesta:** 10% = 78,5 €; 1% = 7,85 €.

340 € → 34,0 € (10%)
→ 3,40 € (1%)

PORCENTAJES INMEDIATOS I

18 Truco 18: Cálculo Rápido del 5% (Mitad del 10%)

Puesto que 5 es exactamente la mitad de 10, para calcular el 5% de cualquier cifra nunca es necesario multiplicar por 0,05 ni aplicar una regla de tres. Basta con obtener mentalmente el 10% (desplazando la coma) y dividir ese resultado entre 2.

- **Estrategia paso a paso:** 5% de N = (10% de N) ÷ 2.
- **Ejemplo cotidiano resuelto:** Para calcular un descuento del 5% sobre un importe de 120 €, primero se extrae el 10% (12 €) y luego se toma su mitad: 12 ÷ 2 = 6 €. El descuento es de 6 €.
- **Ejercicio de autocomprobación:** Halla el 5% de 460 €. Respuesta: El 10% de 460 es 46; la mitad de 46 es 23 €.

120 € → 10% = 12 € → ÷ 2 = 6 €

5%

19 Truco 19: Cálculo del 15% para Propinas y Recargos (10% + 5%)

El 15% habitual en propinas, impuestos o recargos de servicios se descompone de forma inmediata combinando los dos trucos aretriores: halla el 10% desplazando la coma, calcula su mitad para obtener el 5%, y suma ambos valores.

- **Estructura aditiva:** 15% de N = (10% de N) + (5% de N).
- **Ejemplo cotidiano resuelto:** En una cena de restaurante con factura de 64 €, la propina sugerida del 15% se desglosa asi: 10% de 64 = 6,40 €; 5% de 64 = 3,20 €; suma total = 6,00 + 3,20 = 9,60 €.
- **Ejercicio de autocomprobación:** Calcula una propina del 15% para una factura de 82 €. **Respuesta:** 10% = 8,20 €; 5% = 4,10 €; suma total = 12,30 €.

Factura 64 €

10% = 6,40 €
5% = 3,20 €
Total = 9,60 €

ERROR FRECUENTE:
No intentes multiplicar mentalmente por 0,15 en bloque. Descomponer en 10% + 5% minimiza fallos de acarreo y agiliza el cálculo en segundos.

20 Truco 20: Cálculo del 20% como División Directa entre 5

Dado que 20% equivale exactamente a la fracción irreducible 20/100 = 1/5, obtener el 20% de una cantidad consiste simplemente en dividir el número entre 5, o de forma alternativa duplicar el 10%.

- **Fórmula de cálculo:** 20% de N = N ÷ 5 = (10% de N) · 2.
- **Ejemplo cotidiano resuelto:** Un abrigo con precio de lista de 85 € tiene una rebaja del 20%. Para saber el ahorro: 85 ÷ 5 = 17 € (o bien: 10% de 85 = 8,50 €; 8,50 · 2 = 17 €). El ahorro es de 17 €.
- **Ejercicio de autocomprobación:** Obtén el 20% de 145 €. Respuesta: 145 ÷ 5 = 29 €. (o 14,5 · 2 = 29 €).

85 € -20%

20% = 17 €

Mapa Mental 5:
Porcentajes Compuestos y Estratégicos

21 Cuartos Rápidos (25% y 75%)

El 25% equivale a dividir entre 4 (mitad de la mitad). El 75% equivale a multiplicar el cuarto obtenido por 3, o bien restar el 25% al total original.

- **Regla:** 25% de N = N ÷ 4; 75% de N = (N ÷ 4) × 3
- **Ejemplo resuelto:** 25% de 84 -> 84 ÷ 2 = 42; 42 ÷ 2 = 21. El 75% de 84 = 21 × 3 = 63.

Práctica: Calcula el 75% de 120.
(Solución: 120 ÷ 4 = 30; 30 × 3 = 90).

22 Descomposición Aditiva (35% y 45%)

Descompón porcentajes atípicos usando el ancla del 10% y del 5% (la mitad del 10%), o restando al 50%.

- **Regla para 35%:** (3 × 10%) + 5%
- **Regla para 45%:** 50% - 5%
- **Ejemplo resuelto:** 35% de 180 -> 10% = 18; 3 × 18 = 54; 5% = 9; total = 54 + 9 = 63.

Práctica: Calcula el 45% de 80.
(Solución: 50% = 40; 5% = 4; 40 - 4 = 36).

Porcentajes Avanzados II

23 Mitades Sucesivas (50% y 12.5%)

Obtén el 12.5% aplicando tres mitades consecutivas (dividir entre 8), ya que representa la cuarta parte del 50%.

- **Regla:** 50% = N ÷ 2; 25% = mitad del 50%; 12.5% = mitad del 25%
- **Ejemplo resuelto:** 12.5% de 96 -> Mitad 1: 48; Mitad 2: 24; Mitad 3: 12.

Práctica: Calcula el 12.5% de 160.
(Solución: 160 -> 80 -> 40 -> 20).

24 Estimación Rápida de IVA (16% y 21%)

Desglosa la tasa impositiva en bloques decimales sencillos de calcular mentalmente.

- **Regla IVA 16%:** 10% + 5% (mitad de 10%) + 1% (reconrer coma dos lugares)
- **Regla IVA 21%:** 20% (doble del 10%) + 1%
- **Ejemplo resuelto:** IVA 16% de 250 -> 10% = 25; 5% = 12.5; 1% = 2.5; Total = 25 + 12.5 + 2.5 = 40.

Práctica: Calcula el IVA 21% de 300.
(Solución: 20% = 60; 1% = 3; Total = 63).

25 Descuentos Sucesivos Directos

Para calcular el precio restante tras dos descuentos consecutivos (ej. 20% y 10%), multiplica mentalmente los factores residuales complementarios.

- **Regla:** Tras descontar A% y B%, se paga (100 - A)% × (100 - B)%
- **Ejemplo resuelto:** Producto de 200 con 20% y luego 10% adicional -> Paga 80% de 200 = 160; luego descuenta 10% de 160 (16) = 144.

Práctica: Un artículo cuesta 100 y tiene 30% más 10% sucesivo. ¿Cuánto se paga?
(Solución: 100 - 30 = 70; 70 - 7 = 63).

Estrategias de Porcentajes Compuestos y Rápidos

Estructura central del mapa mental correspondiente a los trucos 21 a 25. Permite resolver cálculos comerciales, descuentos y tasas comunes mentalmente sin algoritmos largos.

- Descomposición en cuartos y mitades sucesivas
- Estrategia de bloques aditivos (10%, 5%, 1%)
- Regla de bloques decimales para el IVA (16% y 21%)
- Cálculo directo de descuentos sucesivos sin restar paso a paso

ERROR FRECUENTE:

Nunca sumes directamente los porcentajes en descuentos sucesivos (un 20% más un 10% no equivale al 30%, sino al 28% total).

Mapa Mental 6: Cuadrados y Potencias Elementales (Trucos 26 a 30)

1 Nodo Central: Cuadrados y Potencias I

Estrategias de cálculo mental directo para elevar al cuadrado números particulares sin recurrir al algoritmo convencional ni a la calculadora.

- **Cinco métodos inmediatos fundamentados en identidades algebraicas elementales.**
- **Cada tarjeta contiene:** regla formal, justificación algebraica concisa, ejemplo paso a paso y ejercicio con solución inmediata.

Principio Operativo

Todos los trucos de potencias derivan de productos notables: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ y $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Dominar el redondeo a decenas o centenas ahorra tiempo y elimina errores de acarreo.

26 Terminados en 5

Para calcular $(10n + 5)^2$, multiplica la parte previa al cinco por su consecutivo $n \times (n + 1)$ y añade '25' al final.

- Fórmula algebraica: $(10n + 5)^2 = 100n(n + 1) + 25$.
- Ejemplo modelo: $65^2 \rightarrow 6 \times 7 = 42$, agregamos $25 \rightarrow 4.225$.
- Práctica guiada: $85^2 \rightarrow 8 \times 9 = 72$, sufijo $25 \rightarrow 7.225$.

Pasos:

1. Separar el prefijo.
2. Multiplicar por $n + 1$.
3. Yuxtaponer 25.

27 Década del 50 (50 a 59)

Para cualquier número de la forma $(50 + d)^2$, suma $25 + d$ para las centenas/millares y concatena d^2 en dos cifras.

- Fórmula algebraica: $(50 + d)^2 = 2.500 + 100d + d^2 = 100(25 + d) + d^2$.
- Ejemplo modelo: $54^2 \rightarrow 25 + 4 = 29$; $4^2 = 16 \rightarrow 2.916$.
- Práctica guiada: $57^2 \rightarrow 25 + 7 = 32$; $7^2 = 49 \rightarrow 3.249$. (Si $d < 4$, d^2 lleva cero a la izquierda: $53^2 \rightarrow 25 + 3 = 28$; $09 \rightarrow 2.809$).

Aviso de Formato

El término d^2 debe ocupar exactamente 2 dígitos. Por ejemplo, en 52^2, $2^2 = 04$, resultando en 2.704, no 2.74.

CUADRADOS Y POTENCIAS I

28 Cercanos a 100 por Exceso

Calcula el cuadrado de números ligeramente mayores a 100 sumando el exceso al número original y agregando d^2 en dos cifras.

- Fórmula algebraica: $(100 + d)^2 = 100(100 + 2d) + d^2 = 100(\text{Número} + d) + d^2$.
- Ejemplo modelo: $106^2 \rightarrow 106 + 6 = 112$; $6^2 = 36 \rightarrow 11.236$.
- Práctica guiada: $104^2 \rightarrow 104 + 4 = 108$; $4^2 = 16 \rightarrow 10.816$.

Pasos:

1. Determinar la desviación.
2. Sumar la desviación al número.
3. Acoplar el cuadrado de la desviación.

29 Cercanos a 100 por Defecto

Calcula el cuadrado de números ligeramente menores a 100 restando el déficit al número original y concatenando d^2 en dos cifras.

- Fórmula algebraica: $(100 - d)^2 = 100(100 - 2d) + d^2 = 100(\text{Número} - d) + d^2$.
- Ejemplo modelo: $97^2 \rightarrow$ déficit $d = 3$; $97 - 3 = 94$; $3^2 = 09 \rightarrow 9.409$.
- Práctica guiada: $92^2 \rightarrow$ déficit $d = 8$; $92 - 8 = 84$; $8^2 = 64 \rightarrow 8.464$.

30 Diferencia a Decena Cercana

Aplica la identidad $x^2 = (x - d)(x + d) + d^2$ eligiendo una distancia d que convierta uno de los factores en una decena terminada en cero.

- Fórmula algebraica: $x^2 - d^2 = (x - d)(x + d) \Rightarrow x^2 = (x - d)(x + d) + d^2$.
- Ejemplo modelo: $43^2 \rightarrow$ redondeo a 40 ($d = 3$); $(43 - 3) \times (43 + 3) + 3^2 = 40 \times 46 + 9 = 1.849$.
- Práctica guiada: $38^2 \rightarrow$ redondeo a 40 ($d = 2$); $(38 + 2) \times (38 - 2) + 2^2 = 40 \times 36 + 4 = 1.444$.

Verificación y Criterio de Selección

¿El número termina en 5 o está cerca de 50 o 100? Si no coincide con un caso especial directo, el Truco 30 resuelve cualquier cuadrado de dos dígitos usando su decena más próxima.



REGLA DE ORO:

d^2 siempre aporta 2 cifras obligatorias (ej. $3^2 = 09$).



Mapa Mental 7: Potencias Avanzadas y Cubos Rápidos

31 Cubo de Terminados en 5

$(10n + 5)^3 = 1000n^3 + 1500n^2 + 750n + 125$

Paso a paso: $15^3 = 3375$

1. $10^3 = 1000$
2. $3 \times 10^2 \times 5 = 1500$
3. $3 \times 10 \times 25 = 750$
4. $5^3 = 125$

Ejercicio de práctica:
Calcula 25^3 mentalmente.
Solución: 15625

Descomponer la base
Separa la decena n × 10 y la unidad 5 para evaluar las cuatro partes del binomio al cubo.

Sumar bloques mayor a menor
Suma primero los millares ($n^3 \times 1000 + 1500n^2$) y añade el remanente ($750n + 125$).

32 Potencias de Base 2

Para calcular 2^n mentalmente, utiliza puntos de anclaje de potencias conocidas ($2^5 = 32$, $2^{10} = 1024$) y duplica o divide de forma consecutiva según la distancia al exponente buscado.

Duplicaciones sucesivas

$2^5 = 32$ → $2^6 = 64$ → $2^7 = 128$ → $2^8 = 256$

- **Regla:** Divide o multiplica desde el múltiplo de 5 más próximo sin rehacer la cadena desde el inicio.
- **Ejemplo resuelto:** $2^8 = 256$ (desde $2^5 = 32$).
- **Ejercicio de práctica:** Calcula 2^{12} partiendo de 2^{10}.
- **Solución:** $2^{10} = 1024 \rightarrow 2^{11} = 2048 \rightarrow 2^{12} = 4096$.

¡Tú puedes!

POTENCIAS Y CUBOS II

33 Potencias de 10

Multiplicar o elevar potencias con ceros o decimales se reduce a aislar el coeficiente entero significativo y sumar o multiplicar los exponentes de base 10.

$$(a \times 10^n)^k = a^k \times 10^{n \times k}$$

- **Ejemplo resuelto:** $(300)^4 = 81 \times 10^8 = 8\,100\,000\,000$.
- **Ejercicio de práctica:** $(20)^5$.
- **Solución:** $(2 \times 10^1)^5 = 32 \times 10^5 = 3\,200\,000$.

ERROR FRECUENTE:
Multiplicar los ceros por el exponente en lugar de agregarlos como potencia: en $(20)^3$ son 3 ceros finales tras el 8, no 2×3 ceros.

34 Cubo Agrupado $(a+b)^3$

Calcula $(a + b)^3$ factorizando los dos términos centrales en $3ab(a + b)$. La fórmula mental queda:

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

- **Regla:** Separa en decenas a y unidades b. Calcula a^3 y b^3, luego $3 \times a \times b$ y multiplícalo por $(a + b)$.
- **Ejemplo resuelto:** 12^3 ($a = 10$, $b = 2$).
  $a^3 = 1000$, $b^3 = 8$, $3 \times 10 \times 2 \times (10 + 2) = 720$.
  Suma: $1000 + 8 + 720 = 1728$.
- **Ejercicio de práctica:** Calcula 13^3.
- **Solución:** $a = 10$, $b = 3$. $a^3 = 1000$, $b^3 = 27$.
  $3 \times 10 \times 3 \times 13 = 1170$. Suma: $1000 + 27 + 1170 = 2197$.

35 Cuadrados Vecinos (1 y 9)

Para hallar el cuadrado de un número adyacente a una decena redonda N, utiliza la diferencia de cuadrados:

$(N + 1)^2 = N^2 + N + (N + 1)$ y $(N - 1)^2 = N^2 - N - (N - 1) = N^2 - (2N - 1)$.

- **Regla para terminados en 1:** $N^2 + N + (N + 1)$.
- **Regla para terminados en 9:** $M^2 - M - (M - 1)$.
- **Ejemplo 1:** $41^2 = 40^2 + 40 + 41 = 1681$.
- **Ejemplo 2:** $39^2 = 40^2 - 40 - 39 = 1521$.

Ejercicio de práctica:
Calcula 71^2 y 69^2 a partir de $70^2 = 4900$.
Solución:
$71^2 = 4900 + 70 + 71 = 5041$.
$69^2 = 4900 - 70 - 69 =$ 4761.

Nodo Central: Potencias y Cubos II

Estrategias de cálculo mental para dominar cubos rápidos, potencias de base dos, potencias de diez y ajuste cuadrático mediante identidades algebraicas inmediatas.

- Descomposición estructural de cubos y potencias sin algoritmo tradicional vertical.
- Aprovechamiento de patrones de duplicación sucesiva y orden de magnitud decimal.
- Uso de diferencias algebraicas elementales para calcular cuadrados adyacentes al instante.

Regla de Oro
Al calcular cubos mentalmente, agrupa los términos intermedios $3ab(a + b)$ para sumar solo dos bloques numéricos en lugar de cuatro.

Mapa Mental 8: Raíces Cuadradas I (Trucos 36 a 40)

Estrategias visuales de cálculo mental para resolver y aproximar raíces cuadradas rápidamente sin calculadora.

36 Raíz Exacta por Cifras

$\sqrt{1849} = 43$

1. Bloque izquierdo: **18** → decena **4** (porque $4^2 = 16 \leq 18$).
2. Termina en **9** → **unidad 3 o 7**. Comparamos 18 con $4 \times 5 = 20$: como $18 < 20$, elegimos la menor (3).
3. Resultado: **43**.

Ejercicio: $\sqrt{3136} = ?$

Solución:

Bloque 31 → decena 5. Termina en 6 → unidad 4 o 6. $5 \times 6 = 30$. Como $31 > 30$, tomamos la mayor: **56**. **Comprobación: $56^2 = 3136$.**

1 Paso 1: Delimitar la decena

Observa el bloque previo a las dos últimas cifras y halla el mayor entero cuyo cuadrado no lo supere.

2 Paso 2: Comparar con n × (n+1)

Si el bloque es menor que n(n+1), toma la unidad menor; si es mayor, toma la unidad mayor.

37 Terminados en 25

Si un cuadrado perfecto termina en 25, su raíz cuadrada terminará invariablemente en 5. Para hallar la decena, toma el número que queda antes del 25 y descompónlo en dos enteros consecutivos $n \times (n + 1)$. El menor de ellos (n) es la decena exacta de la raíz.

$\sqrt{5625} = 75$

- Termina en 25 → última cifra 5.
- Parte restante: 56.
- $7 \times 8 = 56 \rightarrow n = 7$.
- Resultado: **75**.

Ejercicio: $\sqrt{4225} = ?$

Solución:

- Termina en 25 → unidad 5.
- Prefijo: 42.
- $6 \times 7 = 42 \rightarrow n = 6$.
- Resultado: 65.

Comprobación: $65 \times 65 = 4225$.

Raíces Cuadradas I: Trucos 36 al 40

$\sqrt{}$

38 Aproximación Lineal

Para estimar la raíz cuadrada de un número x que no es cuadrado perfecto, ubica el cuadrado perfecto más ceccano a^2 (con raíz entera a). Aplica la fórmula:

$$r \approx a + \frac{x - a^2)}{2a}$$

Ejemplo: $\sqrt{39} \approx 6.25$

- $a^2 = 36$ (a = 6).
- $x - a^2 = 3$.
- $2a = 12$.
- $6 + \frac{3}{12} = 6 + 0.25 = 6.25$. (Valor real: ≈ 6.245).

Ejercicio: $\sqrt{85} \approx ?$

Solución:

- $a^2 = 81$ (a = 9).
- $85 - 81 = 4$.
- $4\ \frac{4}{2 \cdot 9} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9} \approx 0.22$.
- $9 + 0.22 = 9.22$.

(Valor real: ≈ 9.219).

39 Filtro de Terminaciones Prohibidas

Al evaluar un posible cuadrado perfecto en operaciones mentales o pruebas do opción múltiple, descarta de inmediato cualquier número cuya última cifra sea 2, 3, 7 u 8. Todo cuadrado de un entero solo puede terminar en 0, 1, 4, 5, 6 o 9.

Ejemplo:
¿Puede 3578 ser un cuadrado perfecto exacto?

- No, porque termina en 8.
- Queda descartado al instante sin cálculos adicionales.

Ejercicio:
De la lista, descarta los números que no pueden tener raíz cuadrada entera:
2049, 1532, 4356, 7827.

Solución:

Se descartan 1532 (termina en 2) y 7827 (termina en 7).
Solo 2049 (termina en 9) y 4356 (termina en 6) son candidatos viables.

Alerta de Error Frecuente

Terminar en una cifra permitida (0, 1, 4, 5, 6, 9) es condición neesaria pero NO suficiente. Por ejemplo, 19 termina en 9 pero no tiene raíz entera.

40 Estimación Rápida entre Decenas Cuadradas

Para estimar el orden de magnitud de una raíz grande, ubícala entre los cuadrados de decenas completas ($10^2 = 100$, $20^2 = 400$, $30^2 = 900$, $40^2 = 1600$, $50^2 = 2500$, $60^2 = 3600$, $70^2 = 4900$, $80^2 = 6400$, $90^2 = 8100$). Esto fija inmediatamente los limites inferior y superior.

Ejemplo: $\sqrt{2180}$

- $40^2 = 1600$ y $50^2 = 2500$.
- Está entre 40 y 50.
- Más cerca de 45^2 (2025).
- Estimación: 46-47.

Ejercicio: $\sqrt{5300} \approx ?$

Solución:

- $70^2 = 4900$ y $80^2 = 6400$.
- Entre 70 y 80.
- Más cerca de 70 (400 vs 1100).
- Estimación: ≈ 72.8.

¿Cómo seleccionar la estrategia de raíz cuadrada adecuada?

Termina en 2, 3, 7 u 8

Aplica Truco 39:
Descarta inmediatamente raíz exacta: si requieres el valor decimal aproximado, pasa al Truco 38.

Es un cuadrado perfecto terminado en 25

Aplica Truco 37:
La unidad es 5 y la decena proviene del par n × (n+1).

Es un cuadrado perfecto general de 3 o 4 dígitos

Aplica Truco 36:
Decena por cota inferior y unidad por criterio de producto n(n+1).

Es un valor que no tiene raíz exacta y necesitas decimales rápidos

Aplica Truco 38 con la fórmula de aproximación lineal $r \approx a + \frac{x - a^2)}{2a}$.

Raíces Cúbicas y Radicales II — Trucos 41 a 45

Núcleo Central: Raíces Cúbicas y Radicales II

Estrategias de cálculo mental para dominar la extracción de raíces cúbicas enteras, la simplificación analítica de radicales cuadráticos mediante factores cuadrados perfectos, la racionalización directa de fracciones simples y la acotación de raíces de orden superior usando potencias conocidas.

- Descomposición por bloques de tres cifras para aislar unidades y millares.
- Unicidad biyectiva del dígito final en los cubos del 0 al 9.
- Factorización inmediata de radicales extrayendo cuadrados perfectos.
- Multiplicación directa por el radical unitario para despejar denominadores.

Regla Fundamental de los Cubos

Cada dígito del 0 al 9 produce una terminación única al elevarse al cubo:
$0^3 \to 0$, $1^3 \to 1$, $2^3 \to 8$, $3^3 \to 7$, $4^3 \to 4$, $5^3 \to 5$, $6^3 \to 6$, $7^3 \to 3$, $8^3 \to 2$ y $9^3 \to 9$.

Los dígitos 0, 1, 4, 5, 6 y 9 conservan su terminación; el 2 y el 8 se intercambian, al igual que el 3 y el 7.



41 Truco 41: Raíz Cúbica Exacta por la Cifra Terminal

Para calcular mentalmente la raíz cúbica exacta de un número de hasta 6 dígitos, sepárelo en dos grupos: los millares y las últimas tres cifras. La última cifra del número determina de forma inequívoca e instantánea la cifra de las unidades de la raíz.

- Terminaciones idénticas: 1→1, 4→4, 5→5, 6→6, 9→9, 0→0.
- Terminaciones complementarias a diez: 2↔8, 3↔7.

Pasos

Paso 1: Aislar la terna final
En $\sqrt[3]{148,877}$, separa el bloque terminal '877'.

Paso 2: Determinar la unidad
El número termina en 7; la unidad es 3 (10 - 7 = 3).

Ejercicio: Hallar la unidad de $\sqrt[3]{314,432}$ (termina en 2).

Respuesta: 8 (porque 8^3 termina en 2).

42 Truco 42: Estimación de la Decena en Raíces Cúbicas

Combina la terna de unidades con el valor numérico de los millares para obtener la decena de la raíz. Identificia el mayor cubo perfecto menor o igual que el grupo de millares.

- Cubos base de decenas: $1^3=1$, $2^3=8$, $3^3=27$, $4^3=64$, $5^3=125$, $6^3=216$, $7^3=343$, $8^3=512$, $9^3=729$.
- La raíz completa se forma de izquierda a derecha sin necesidad de calcular pasos intermedios.

Pasos

Paso 1: Analizar el bloque de millares
En $\sqrt[3]{148,877}$, los millares son 148. Como $5^3 = 125$ y $6^3 = 216$, el mayor cubo que cabe en 148 es 5.

Paso 2: Ensamblar decena y unidad
Decena = 5, unidad = 3. Resultado: $\sqrt[3]{148,877} = 53$.

Ejercicio: Calcular mentalmente $\sqrt[3]{614,125}$.

Respuesta: 85 ($8^3 = 512 \leq 614 < 9^3 = 729$; termina en 5).

43 Truco 43: Simplificación de Radicales por Cuadrados Perfectos

Para simplificar raíces cuadradas no exactas de enteros, extrae mentalmente el cuadrado perfecto más grande 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100) que divida exactamente al radicando y saca su raíz como coeficiente multiplicador.

- Propiedad aplicada: $\sqrt{(a \cdot b)} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.
- Buscar primero múltiplos de 36, 16 o 25 ahorra descomposiciones sucesivas innecesarias.

Alerta de Error Frecuente

No extraer el divisor cuadrado más pequeño si existe uno mayor. En $\sqrt{72}$, factorizar como $4 \cdot 18$ obliga a un segundo paso; descomponer directamente en $36 \cdot 2$ da $6\sqrt{2}$ de inmediato.

Pasos

Paso 1: Descomposición óptima
Identificar el mayor cuadrado perfecto divisor: $72 = 36 \cdot 2$.

Paso 2: Extracción directa
$\sqrt{72} = \sqrt{(36 \cdot 2)} = 6\sqrt{2}$.

Ejercicio: Simplificar mentalmente $\sqrt{108}$.

Respuesta: $6\sqrt{3}$ (porque $108 = 36 \cdot 3$, luego $\sqrt{36} \cdot \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$).

44 Truco 44: Racionalización Elemental Inmediata

Para dividir un entero entre una raíz cuadrada simple $a/\sqrt{b}$, multiplica mentalmente numerador y denominador por $\sqrt{b}$. traslada el radical al numerador y divide el entero entre el radicando b sin desarrollos largos en papel.

- Fórmula mental: $a/\sqrt{b} = (a \cdot \sqrt{b}) = (a!)\sqrt{b}$.
- Si 'a' es divisible entre 'b', la operación se reduce a una división elemental y añadir el radical.

Pasos

Paso 1: División de coeficientes
En $12/\sqrt{3}$, divide mentalmente 12 entre 3 = 4.

Paso 2: Adjuntar radical
Multiplica el cociente por la raíz del denominador: $4\sqrt{3}$.

Ejercicio: Racionalizar mentalmente $15/\sqrt{5}$.

Respuesta: $3\sqrt{5}$ (15/5 = 3, seguido de $\sqrt{5}$).

45 Truco 45: Acotación de Raíces de Orden Superior con Potencias Clave

Para estimar raíces cuartas, quintas o de orden superior, no uses algoritmos largos: acota entre potencias de referencia basadas en potencias de 2 ($2^4=16$, $2^6=32$) y potencias de 10 ($10^4=10,000$, $10^5=100,000$) usando interpolación lineal mental.

- Raís cuarta: $\sqrt[4]{x} = \sqrt{(\sqrt{x})}$.
- Raíz quinta: $1^5=1$, $2^5=32$, $3^5=243$, $4^5=1,024$, $5^5=3,125$.

Ejercicio: Estimar $\sqrt[4]{256}$ calculando doble raíz cuadrada.

Respuesta: 4 (primera raíz: $\sqrt{256} = 16$; segunda raíz: $\sqrt{16} = 4$).

¿Qué índice de raíz necesitas calcular mentalmente?

Raíz cúbica exacta de hasta 6 dígitos
Usa los Trucos 41 y 42: determina la unidad por terminación y la decena con el mayor cubo de los millares.

Raíz cuarta o índice par múltiplo de 2
Aplica el Truco 45: extrae raíces cuadradas consecutivas iteradas.

Radical inexacto o fracción con raíz en el denominador
Usa los Trucos 43 y 44: extrae factores cuadrados o divide coeficientes multiplicando por la raíz base.

Mapa Mental 10: Estrategias Mixtas de Verificación y Síntesis (Trucos 46 a 50)

Guía Práctica: Síntesis y Comprobación Rápida

Esta lámina consolida 5 estrategias de verificación y cálculo sintético para auditar resultados en segundos sin rehacer operaciones largas, optimizando el rendimiento en pruebas y cálculos cotidianos.

- Aplica cada truco siguiendo su regla directa para detectar errores aritméticos al instante.
- Comprueba siempre la coherencia del orden de magnitud antes de dar por definitivo un cálculo.
- Resuelve los ejercicios propuestos y valida de inmediato con la solución incluida en cada nodo.

Regla de Oro de la Verificación

La prueba del 9 detecta discrepancias de cálculo, pero recuerda que no detecta transposiciones de cifras (ej. escribir 54 en vez de 45), por lo que siempre debe combinarse con el análisis de la última cifra.

46 Prueba del 9 (Raíz Digital)

Suma los dígitos de los factores descartando los 9 (o sumas que den 9) hasta reducirlos a un solo dígito (raíz digital). Multiplica esas dos raíces y redúcelas a un solo dígito: debe coincidir exactamente con la raíz digital del resultado final.

Ejemplo resuelto:
47 × 38 = 1.786 → 2 × 2 = 4 = 4

Algoritmo en 2 pasos:

1. **Reducir factores:** suma las cifras de cada factor ignorando los 9 hasta obtener un solo dígito entre 1 y 9.
2. **Multiplicar y comparar:** multiplica ambos dígitos, reduce el producto a una cifra y compáralo con la reducción del resultado final.

Ejercicio: 64 × 29 = 1.856
Respuesta: Sí. 64 → 1; 29 → 2. 1 × 2 = 2.
Para 1.856: 1+8++56 = 20 → 2. Válido.

47 División entre 5, 25 y 125

Dividir entre potencias de 5 equivale a multiplicar por potencias de 2 y desplacar la coma decimal hacia la izquierda.

- **Para 5:** ×2 y divide entre 10 (1 decimal).
- **Para 25:** ×4 y divide entre 100 (2 decimales).
- **Para 125:** ×8 y divide entre 1.000 (3 decimales).

Ejemplos resueltos:
340 ÷ 5 = (340 × 2) ÷ 10 = 68
412 ÷ 25 = (412 × 4) ÷ 100 = 16,48

Ejercicio: 375 ÷ 25 y 62 ÷ 5
Respuesta: 15 y 12,4

¿Cuál es el divisor de la operación?

5	25	125
Duplica el dividendo (×2) y recorre la coma 1 posición.	Cuadruplica el dividendo (×4) y recorre la coma 2 posiciones.	Multiplica el dividendo por 8 y recorre la coma 3 posiciones.

48 Complementos a 1.000 y 10.000 de Izquierda a Derecha

Para hallar la resta directa contra una base de potencia de dieė (como 1.000 o 10.000), aplica la regla védica "todos de 9 y el último de 10" restando de izquierda a derecha sin acarreos.

Algoritmo:

- Resta cada dígito de 9, excepto el último dígito distinto de cero, que se resta de 10.

Ejemplos resueltos:
1.000 - 647 → 3 5 3
10.000 - 4.382 → 5.618

Ejercicio: 1.000 - 428 y 10.000 - 7.615
Respuesta: 572 y 2.385

Síntesis y Comprobación Rápida

49 Promedios Rápidos por Desvíos Balanceados

Evita sumar cantidades grandes y dividir. Supón un valor base central rasonable, calcula las desviaciones (+/-) de cada dato respecto a esa base, suma algebraicamente los desvíos, divide esa suma entre el total de datos y agréglala a la base.

Fórmula mental:
Promedio = Base supuesta + (Suma de desviaciones ÷ N)

Ejemplo resuelto:
84, 88, 92, 79, 97 | Base = 90
Desvíos: -6, -2, +2, -11, +7 → Suma = -10
Corrección: -10 ÷ 5 = -2 → Promedio = 88

Ejercicio: 52, 48, 55, 59, 46 (base 50)
Respuesta: Desvios (+2, -2, +5, +9, -4) → suma = +10.
Ajuste: +10 ÷ 5 = +2. Promedio = 52.

50 Filtro Doble: Magnitud + Última Cifra

Filtro doble infalible para detectar errores de tipeo o cálculo en menos de 3 segundos sin rehacer el procedimiento.

Paso 1 (Última cifra):

- Multiplica solo los dígitos de las unidades. El último dígito del resultado debe ser idéntico al de esa multiplicación.

Paso 2 (Orden de magnitud):

- Redondea ambos factores a decenas/centenas más cercanas para estimar cotas. Si el resultado queda fuera de ese rango, se discarta.

Ejemplo resuelto:
83 × 47 = 4.901 → 3 × 7 = 21 (termina en 1, pasa)
80 × 50 = 4.000 → 4.901 es 22% superior (incorrecto).
El valor real es 3.901.

Ejercicio: 68 × 34 = 2.312
Respuesta: Última cifra: 8 × 4 = 32 (→ 2, correcto).
Magnitud: 70 × 30 = 2.100 y 70 × 35 = 2.450.
2.312 cae en rango. Consistente.

ERROR FRECUENTE

Confiar únicamente en la última cifra. Errores graves de posición decimal o acarreos en decenas intermedias conservan la última cifra correcta pero alteran drásticamente el resultado final.