

1

Suma y Adición (+)



Términos asociados a acumulación, incremento o agregación directa de cantidades en un total unificado.

- **Adicionar o agregar:** unificar dos colecciones de elementos.
- **Aumentar o incrementar:** elevar una magnitud inicial en una cantidad dada.
- **Ganar o abonar:** saldo favorable que se suma al valor inicial.
- **Total o suma:** resultado global tras reunir todas las partes.
- **Rebasar o sobrepasar en:** exceso numérico positivo añadido.



Propiedad Conmutativa

En la suma el orden no altera el resultado: "a aumentado en b" equivale exactamente a $a + b$ o $b + a$.

2

Resta y Sustracción (-)



Términos asociados a reducción, pérdida o comparación de magnitud entre dos valores numéricos.

- **Disminuir o restar:** reducir una cantidad existente.
- **Diferencia:** separación o distancia entre dos cantidades (minuyendo menos sustraendo).
- **Perder o adeudar:** reducción negativa sobre el balance inicial.
- **Descontar o rebajar:** deducción aplicada sobre una tarifa original.
- **Excedente restante o lo que queda:** remanente tras sustraer una parte.



¡CUIDADO: Orden Estricto!

La resta **NO** es conmutativa.
"La diferencia de a y b" es $a - b$;
"a restado de b" es $b - a$;
"a disminuido en b" es $a - b$.

3

Multiplicación y Escala ($\times$ o $\cdot$)



Expresiones que denotan adición repetida, proporcionalidad directa o múltiplos de una misma unidad base.

- **Producto:** resultado directo de multiplicar dos o más factores.
- **Veces:** reiteración sistemática de una medida base (ejemplo: 5 veces x es $5x$).
- **Duplicar, triplicar, cuadruplicar:** multiplicar por 2, 3 o 4 respectivamente.
- **Razón directa o factor de escala:** magnificación uniforme de una cantidad.
- **De o del (seguido de una cantidad):** operador multiplicativo fraccionario.



Propiedad Conmutativa

El producto de factores no varía según su orden ($a \cdot b = b \cdot a$), pero se estiliza colocar el coeficiente antes de la variable ($3x$).

DICCIONARIO VISUAL DE PALABRAS CLAVE OPERACIONALES

4

División y Reparto ($\div$ o $/$)



Palabras clave vinculadas a fragmentación equitativa, reparto proporcional o determinación de razones unitarias.

- **Repartir en partes iguales:** fraccionamiento homogéneo del dividendo.
- **Cociente:** resultado estricto de una división entre dos números.
- **Distribuir o dosificar:** segmentación regular de un total.
- **Tasa unitaria o por unidad:** costo o medida de un único elemento (ejemplo: kilómetros por hora).
- **Mitad, tercio, cuarta parte:** multiplicar por $1/2$, $1/3$ o $1/4$ (o dividir entre 2, 3 o 4).



¡CUIDADO: Orden Estricto!

La división **NO** es conmutativa.
"El cociente de a sobre b" es a/b .
El divisor b debe ser estrictamente diferente de cero.

5

Porcentaje y Proporcionalidad (%)



Léxico relativo a razones con base 100 y aplicaciones financieras o comerciales comunes en problemas verbales.

- **De cada cien:** definición formal del porcentaje ($n/100$).
- **Por ciento de:** operador multiplicativo directo expresado como decimal o fracción (el 20% de x es $0.20x$).
- **Tasa de interés:** porcentaje de recargo o rendimiento temporal sobre un capital.
- **Descuento fraccionario:** deducción porcentual sobre el precio inicial (ejemplo: pagar el 80% si hay 20% de descuento).
- **Margen de ganancia o sobreprecio:** incremento porcentual sumado a la base.



Conversión Inmediata a Decimal

Para operar porcentajes en una ecuación, convierte siempre el valor porcentual dividiendo entre 100:
 $15\% = 0.15$.



Núcleo Central: Traducción de Lenguaje Verbal a Álgebra

El primer paso para resolver cualquier problema matemático verbal consiste en identificar la acción operativa oculta tras el vocabulario cotidiano. Cada familia de operaciones posee verbos y conectores específicos que determinan unívocamente el símbolo que debes escribir.

- Identifica primero la incógnita principal (lo desconocido) antes de asignar operadores.
- Separa los datos numéricos de los verbos de acción y relación.
- Verifica siempre si el orden de los términos altera o no el resultado final.



Regla de Oro de la Traducción

Traduce frase a frase respetando la puntuación: una coma o una pausa sintáctica delimita con frecuencia el orden de las operaciones o el uso de paréntesis.

Protocolo Visual de 5 Pasos para Traducir Enunciados en Ecuaciones

1

Lectura Analítica e Identificación de la Incógnita (x)



El primer paso consiste en comprender globalmente la situación y definir con precisión qué representa la variable matemática.

- Lectura pausada y comprensiva del texto completo sin precipitarse a operar números.
- Localización de la pregunta central: ubicar qué magnitud o dato desconocido pide encontrar el problema.
- Asignación explícita de la incógnita: nombrar la variable indicando su unidad de medida (ej. x = edad de Ana en años, c = costo en euros o pesos).



Criterio de Identificación

Define la incógnita siempre antes de escribir operaciones; evita asumir que "x" es simplemente "el número" sin clarificar su contexto físico o económico.

Pasos clave:

1.1 Escaneo General

Leer el texto completo sin subrayar para identificar de qué trata la situación real planteada.

1.2 Fijar Variable

Escribir en una esquina "x =" junto al nombre del objeto o atributo cuantitativo a calcular.

2

Segmentación de Datos y Condiciones Restrictivas



- ✓ Datos
- ✓ Límites
- ✓ Condiciones



Separar la información conocida de los límites y condiciones que impone el enunciado para evitar confusiones de datos.

- Aislamiento de constantes conocidas: valores numéricos fijos, presupuestos máximos, capacidades y cantidades de partida.
- Delimitación de restricciones relacionales: diferencias temporales (hace 5 años, dentro de 3 años) o relaciones proporcionales.
- Eliminación visual de datos distractores que no intervienen en el cálculo matemático directo.

Pasos clave:

2.1 Extracción Numérica

Listar los datos numéricos conocidos con sus respectivas unidades de medida.

2.2 Acotación Temporal o de Escala

Ajustar expresiones temporales o proporcionales respecto a la incógnita elegida.

3

Conexión Léxica con Operadores Matemáticos



Vincular cada término lingüístico con su operador formal correspondiente aplicando el diccionario léxico algebraico.

- Suma (+): "aumentado en", "ganancia", "suma de", "adición", "más que".
- Resta (-): "disminuido en", "diferencia", "pérdida", "hace tantos años", "menos que".
- Multiplicación ($\cdot$): "el doble", "el triple", "producto", "veces", "de" (como fracción de una cantidad).
- División ($/$): "cociente", "reparto equitativo", "razón", "entre", "mitad / tercera parte".
- Igualdad (=): "equivale a", "es igual a", "da como resultado", "obtiene", "representa".



Alerta de Sintaxis Asimétrica

"Cinco menos que x" se traduce algebraicamente como $x - 5$, no como $5 - x$. La posición en el lenguaje natural suele invertirse en la resta.

PROTOCOLO DE 5 PASOS: DE ENUNCIADO A ECUACIÓN

4

Ensamblado y Resolución de la Ecuación



Construir la expresión de equilibrio algebraico agrupando miembros izquierdo y derecho para despejar la incógnita.

- Ubicación del signo igual "=" como pivote de equilibrio central entre las dos expresiones.
- Uso correcto de paréntesis para términos multiplicativos agrupados: el triple de la suma de un número y 4 es $3(x + 4)$.
- Aplicación metódica de operaciones inversas para aislar la variable en uno de los miembros.
- Simplificación paso a paso registrando cada balance de términos sin omitir etapas intermedias.

Pasos clave:

4.1 Formulación

Escribir ambos miembros de la ecuación respetando la jerarquía de operaciones y signos de agrupación.

$$3(x + 4) = x + 10$$

4.2 Despeje

Agrupar términos semejantes con incógnita en un miembro y constantes en el otro para calcular x.

()
Paréntesis
= prioridad

5

Verificación Lógica y Sentido en el Contexto Real



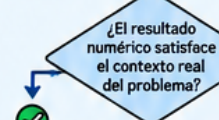
Comprobar que el valor obtenido satisface tanto la igualdad matemática como las restricciones del mundo real.

- Sustitución directa del número hallado en la ecuación original para corroborar la identidad numérica.
- Evaluación de coherencia biológica o física: edades, longitudes o recuentos de objetos físicos no admiten resultados negativos.
- Evaluación de coherencia dimensional: cantidades discretas indivisibles (personas, vehículos) deben resultar en números enteros positivos.
- Redacción explícita de la conclusión respondiendo a la pregunta formulada en el enunciado con su unidad correspondiente.



Control de Calidad Final

Una ecuación algebraicamente bien despejada sigue siendo errónea si conduce a que una persona tiene -4 años o 12.3 hermanos.



El valor cumple la ecuación y es factible en el mundo real (entero/positivo según aplique).

Escribir la respuesta final contextualizada con su unidad y dar por concluida la resolución.

El valor no cumple la igualdad o contradice la realidad (ej. tiempo o personas negativas).

Revisar la traducción de signos en Fase 3 y el planteamiento de paréntesis en Fase 4 antes de recalcular.



ERRORES FRECUENTES

Matriz rápida de autodiagnóstico visual para detectar y corregir desviaciones comunes al traducir problemas verbales.

!

Confundir "el triple de un número aumentado en 2" [$3x + 2$] con "el triple de, un número aumentado en 2" [$3(x + 2)$].

!

Inversión de sustraendo y minuendo en frases comparativas con la preposición "de" o "que".

!

Olvidar aplicar el cambio de tiempo a todos los sujetos en problemas de edades (si transcurren 5 años, pasan para todos los involucrados).

!

Descartar la conversión de unidades previas (ej. mezclar minutos con horas, o metros con centímetros en la misma igualdad).

1 Mezclas y Compras en Comercio

Traducción y resolución completa de compra combinada con precios unitarios diferenciados.



1. Enunciado

- Lucía compró un cuaderno y 3 bolígrafos iguales por un total de 11 euros. Si el cuaderno costó 2 euros más que un bolígrafo, ¿cuánto cuesta cada artículo?

2. Variables

- x = precio de un bolígrafo (€);
 $x + 2$ = precio del cuaderno (€).

3. Ecuación y Cálculo

- $(x + 2) + 3x = 11$.
- Desarrollo algebraico: $4x + 2 = 11 \rightarrow 4x = 9 \rightarrow x = 9/4 = 2,25$.

4. Solución y Comprobación

- Bolígrafo = 2,25 €; Cuaderno = 4,25 €.
- Comprobación: $4,25 + 3(2,25) = 4,25 + 6,75 = 11,00$ €.

Verificación Clave
Sustituye siempre el valor en el enunciado real en palabras, no solo en la ecuación planteada.



2 Edades Relativas y Proyección Temporal

Modelado de relaciones de edad con desfase temporal en pasado o futuro.



1. Enunciado

- La edad actual de Elena triplica la de su hijo Marcos. Dentro de 12 años, la edad de Elena será solo el doble de la de Marcos. ¿Qué edad tiene cada uno hoy?

2. Variables

- Marcos hoy = m ; Elena hoy = $3m$.
En 12 años: Marcos = $m + 12$; Elena = $3m + 12$.

3. Ecuación y Cálculo

- $3m + 12 = 2(m + 12)$.
- Desarrollo algebraico: $3m + 12 = 2m + 24 \rightarrow 3m - 2m = 24 - 12 \rightarrow m = 12$.

4. Solución y Comprobación

- Marcos tiene 12 años y Elena tiene 36 años.
- Dentro de 12 años tendrán 24 y 48 años (48 es exactamente el doble de 24).



CASOS PRÁCTICOS RESUELTOS: DEL ENUNCIADO A LA SOLUCIÓN NUMÉRICA

3 Proporciones de Trabajo Compartido

Cálculo de tasas operativas combinadas por unidad de tiempo.



1. Enunciado

- Un grifo A llena un depósito en 3 horas y un grifo B lo llena en 6 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán en llenarlo si se abren los dos grifos a la vez?

2. Variables

- t = tiempo total en horas.
- Tasa de A = $1/3$ del depósito por hora;
Tasa de B = $1/6$ por hora.

3. Ecuación y Cálculo

- $1/3 + 1/6 = 1/t$.
- Desarrollo algebraico: $2/6 + 1/6 = 3/6 = 1/2 \rightarrow 1/2 = 1/t \rightarrow t = 2$.

4. Solución y Comprobación

- Tardarán exactamente 2 horas en llenar el depósito completo trabajando de forma simultánea.



4 Cálculo de Descuentos con Porcentajes

Determinación del precio base anterior a una rebaja porcentual.



1. Enunciado

- Tras aplicarse una rebaja del 15% sobre el precio de etiqueta, una chaqueta deportiva cuesta 68 euros. ¿Cuál era el precio original de la chaqueta sin rebaja?

2. Variables

- P = precio original de la prenda (€).
- Factor pagado = $100\% - 15\% = 85\% = 0,85$.

3. Ecuación y Cálculo

- $0,85 \cdot P = 68$.
- Desarrollo algebraico: $P = 68 / 0,85 \rightarrow P = 80$.

4. Solución y Comprobación

- El precio original era de 80 €.
- Verificación: el 15% de 80 € son 12 € de descuento; $80 - 12 = 68$ €.

ERROR FRECUENTE
No calcules el 15% directamente sobre 68 €. El porcentaje de descuento siempre opera sobre el valor inicial desconocido.



5 Distribución en Partes Desiguales

Reparto de una cantidad total condicionada por relaciones aditivas entre beneficiarios.



1. Enunciado

- Se reparten 180 libros escolares entre tres aulas (A, B y C). El aula B recibe el doble que el aula A, y el aula C recibe 20 libros más que el aula A. ¿Cuántos libros recibe cada aula?

2. Variables

- Aula A = x ; Aula B = $2x$; Aula C = $x + 20$.

3. Ecuación y Cálculo

- $x + 2x + (x + 20) = 180$.
- Desarrollo algebraico: $4x + 20 = 180 \rightarrow 4x = 160 \rightarrow x = 40$.

4. Solución y Comprobación

- Aula A = 40 libros; Aula B = 80 libros; Aula C = 60 libros.
- Comprobación: $40 + 80 + 60 = 180$ libros.

